



1. Se  $P$  è un punto interno ad un triangolo acutangolo  $ABC$  tale che i tre triangoli  $APB$ ,  $APC$ ,  $BPC$  hanno la stessa area, allora il punto  $P$  coincide con:  
 (A) il baricentro (B) l'ortocentro (C) l'incentro (D) il circocentro  
 (E) nessuno dei precedenti.

2. C'è stato un furto in un'aula e Anna, Barbara, Carlo e Duccio sono indagati. La Preside li interroga e ottiene le seguenti risposte:

Anna: "Barbara è la colpevole"

Barbara: "Carlo è il colpevole"

Carlo: "Barbara ha mentito"

Duccio: "Io non ho commesso il furto".

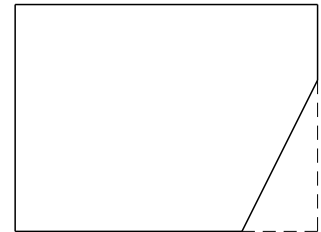
Se una e una sola delle frasi precedenti è vera, chi ha commesso il furto?

- (A) Anna (B) Barbara (C) Carlo (D) Duccio  
 (E) le affermazioni fornite non consentono di determinare il colpevole.
3. Quante sono le terne di numeri interi  $(x, y, z)$  che sono soluzioni dell'equazione  $x^2 + y^2 = z^3$ ?  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) più di 2, ma in numero finito (E) infinite.

4. Quanto vale il resto della divisione  $(6^{83} + 8^{83}) : 49$ ?  
 (A) 0 (B) 2 (C) 28 (D) 35 (E) 42.

5. Si costrisce un pentagono tagliando via un triangolo da uno dei vertici di un rettangolo. I lati del pentagono così ottenuto sono (non necessariamente nell'ordine) 13, 19, 20, 25 e 31. Quanto misura l'area del pentagono?

(A) 745 (B) 720 (C) 680 (D) 600 (E) 459.



6. Un'urna contiene 5 palline numerate da 1 a 5. Per tre volte si estrae una pallina (rimettendola dentro dopo averla estratta) e si registra il numero scritto su di essa. Indicando con  $a$ ,  $b$  e  $c$  i tre numeri estratti, quanto vale la probabilità che  $ab + c$  sia pari?

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{59}{125}$  (E)  $\frac{64}{125}$ .

7. I quadrati delle soluzioni dell'equazione  $ax^2 + bx + c = 0$  sono sempre soluzioni di...

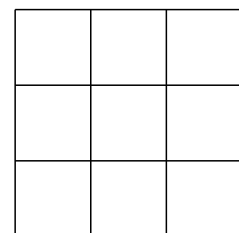
(A)  $cx^2 + bx + a = 0$   
 (B)  $ax^4 + bx^2 + c = 0$   
 (C)  $a^2x^2 + (b^2 - 4ac)x + c^2 = 0$   
 (D)  $a^2x^2 + b^2x + c^2 = 0$   
 (E)  $a^2x^2 + (2ac - b^2)x + c^2 = 0$ .

8. Indichiamo con  $[x]$  il più grande numero intero minore o uguale a  $x$ . Quale delle seguenti affermazioni è falsa?

(A)  $[x+1] = [x] + 1$  (B)  $[-x] = -[x]$  (C)  $[x] > x - 1$  (D)  $[2x] \geq 2[x]$  (E)  $|[x]| \geq |[x]|$ .

9. Daniela ha realizzato una scultura usando dei cubi tutti uguali fra di loro. Innanzitutto ha incollato un cubo su ciascuna faccia di un cubo centrale (facendo attenzione a far coincidere perfettamente le due facce a contatto); poi, con la stessa tecnica, ha di nuovo incollato un cubo su ciascuna faccia rimasta visibile all'esterno. Quanti cubi ha usato in tutto?

10. È data una scacchiera  $3 \times 3$ ; se ne vogliono colorare le caselle in modo che ogni riga, colonna e ciascuna delle due diagonali non contenga due caselle dello stesso colore. Qual è il minimo numero di colori che dobbiamo utilizzare?



11. Qual è la somma algebrica dei coefficienti del polinomio  $(x^{21} + 4x^2 - 3)^{2009} - (x^{21} + 4x^2 - 3)^{49}x^{21} + 4x^2$ ?

12. Per quanti valori di  $n$  nell'insieme  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$  la cifra delle decine di  $n^2$  è dispari?

**13. ESERCIZIO DIMOSTRATIVO**

Siano  $AC$  e  $BC$  due corde di una circonferenza aventi un estremo in comune,  $M_1$  sia il punto dell'arco  $\widehat{AC}$  (non contenente  $B$ ) equidistante da  $A$  e da  $C$  e  $M_2$  sia il punto dell'arco  $\widehat{BC}$  (non contenente  $A$ ) equidistante da  $B$  e da  $C$ . Se  $H$  e  $K$  sono le intersezioni del segmento  $M_1M_2$  con le due corde, si dimostri che il triangolo  $CHK$  è isoscele.

SOLUZIONE

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_